T 4-1

שיעור 4

טענה 4 (עמ' 38 בהרצאות):

רשת טענות אינדוקטיבית $N=\langle C,\{\varphi_l \mid l\in C\}\rangle$ ניתנת להרחבה ע"י מיקום $\tilde{l}$ שאינו ב-C.

הוכחה:

נבנה רשת טענות אינדוקטיבית $\tilde{N}=\langle \tilde{C},\{\psi_l \mid l\in \tilde{C}\}\rangle$ כאשר $\tilde{C}=C\cup\{\tilde{l}\}$ (קב' נק' החיתוך המורחבת).

הבניה: לכל $l\in C$ נגדיר $\psi_l=\varphi_l$, ונבנה את $\psi_{\tilde{l}}$ ע"י שימוש ב-fwd propagation.

נגדיר, (תרשים)

$$\psi_{\tilde{l}}(\bar{V})=\bigvee_{\pi\in\Pi_{C,\tilde{l}}} \exists \bar{V}_0 \left(\varphi_{src(\pi)}(\bar{V}_0)\wedge C_\pi(\bar{V}_0)\wedge \bar{V}=f_\pi(\bar{V}_0)\right)$$

כאשר $\Pi_{C,\tilde{l}}$ היא קבוצת כל המסלולים שיוצאים מנק' חיתוך $l\in C$ ומגיעים ל-$\tilde{l}$ מבלי לעבור דרך אף נק' חיתוך אחרת.

מכיוון שהשתמשנו ב-N כבסיס לבניית $\tilde{N}$ צריך להוכיח אינדוקטיביות רק לגבי מסלולים <u>חדשים</u> (כאלה שלא קיימים ב-N).

קיימות שתי קבוצות של מסלולים:

א. $\Pi_{C,\tilde{l}}$ - מסלול שיוצאים מנק' חיתוך $l \in C$ ומגיעים ל-$\tilde{l}$, (מבלי לעבור בנק' חיתוך אחרת בדרך).

ב. $\Pi_{\tilde{l},C}$ - מסלול שיוצאות מ-$\tilde{l}$ ומגיעים לנק' חיתוך $l \in C$ (מבלי לעבור בנק' חיתוך בדרך).

<u>מקרה א:</u>

יהי $\pi \in \Pi_{C,\tilde{l}}$. תנאי האימות למסלול זה הוא:

$$\varphi_{src(\pi)}(\bar{V}_0) \wedge C_\pi(\bar{V}_0) \rightarrow \psi_{\tilde{l}}(f_\pi(\bar{V}_0))$$

$$\Updownarrow$$

$$\varphi_{src(\pi)}(\bar{V}_0) \wedge C_\pi(\bar{V}_0) \wedge \bar{V} = f_\pi(\bar{V}_0) \rightarrow \psi_{\tilde{l}}(\bar{V})$$

$$\Downarrow$$

מלוגיקה זכרית כי: $P(x) \rightarrow \exists_x (P(x))$

$$\underbrace{\exists \bar{V}_0 \left(\varphi_{src(\pi)}(\bar{V}_0) \wedge C_\pi(\bar{V}_0) \wedge \bar{V} = f_\pi(\bar{V}_0)\right)} \rightarrow \psi_{\tilde{l}}(\bar{V})$$

אחד הגורמים בביטוי ה-or של $\psi_{\tilde{l}}$.

$$\Uparrow$$

$$\vee$$

true

כי $x_1 \rightarrow x_1 \vee x_2 \vee \dots$

T4-3

<u>מקרה ב:</u>

יהי $\pi_2 \in \Pi_{\tilde{l},C}$. תנאי האימות למסלול זה הוא:

$$\psi_{\tilde{l}}(\bar{V}) \wedge C_{\pi_2}(\bar{V}) \to \varphi_{dest(\pi_2)}(f_{\pi_2}(\bar{V})).$$

נרצה שהתנאי מתקיים ע"מ כך שנצא מהטענה נכונה ונק' עילי).

יהי $\pi_1 \in \Pi_{C,\tilde{l}}$. אנו יודעים כי $\pi = \pi_1 \circ \pi_2$ הינו מסלול אימות ב-$\mathcal{N}$, מכיוון ש-$\mathcal{N}$ רשת לצעות אינדוקטיביות (מתקיימים) תנאי האימות:

$$\phi_{src(\pi)}(\bar{V}_0) \wedge C_{\pi}(\bar{V}_0) \to \varphi_{dest(\pi)}(f_{\pi}(\bar{V}_0))$$

ולכן: (בהרכבה, תלויה של C_π ב-C_{π_1} ו-C_{π_2})

$$\begin{pmatrix} a \wedge b \to c \\ \Updownarrow \\ a \to (b \to c) \end{pmatrix}$$

$$\phi_{src(\pi_1)}(\bar{V}_0) \wedge C_{\pi_1}(\bar{V}_0) \to \left(C_{\pi_2}(f_{\pi_1}(\bar{V}_0)) \to \varphi_{dest(\pi_2)}(f_{\pi_2}(f_{\pi_1}(\bar{V}_0)))\right)$$

בכתיבה אחרת:

$$\underline{\phi_{src(\pi_1)}(\bar{V}_0) \wedge C_{\pi_1}(\bar{V}_0) \wedge V = f_{\pi_1}(\bar{V}_0)} \to \left(C_{\pi_2}(V) \to \phi_{dest(\pi_2)}(f_{\pi_2}(V))\right)$$

אם $\uparrow$ נכון, אז בוודאי $\downarrow$

$$\left(\exists \bar{V}_0 : \phi_{src(\pi_1)}(\bar{V}_0) \wedge C_{\pi_1}(\bar{V}_0) \wedge V = f_{\pi_1}(\bar{V}_0)\right) \to -''-$$

אם נקח הנ"ל לכל מסלול $\pi_1 \in \Pi_{C,\tilde{l}}$ נקבל:

$$\left[\bigvee_{\pi_1 \in \Pi_{C,\tilde{l}}} \exists \bar{V}_0 : \phi_{src(\pi_1)}(\bar{V}_0) \wedge C_{\pi_1}(\bar{V}_0) \wedge V = f_{\pi_1}(\bar{V}_0)\right] \to -''-$$

שזה:

$$\psi_{\tilde{l}}(\bar{V}) \to \left(C_{\pi_2}(V) \to \varphi_{dest(\pi_2)}(f_{\pi_2}(V))\right)$$

כלומר

$$\psi_{\tilde{l}}(V) \wedge C_{\pi_2}(V) \to \varphi_{dest(\pi_2)}(f_{\pi_2}(V))$$

מש"ל.